**УДК 681.34**

**ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА TOPSIS ПРИ ЗНАЧЕНИЯХ АТРИБУТОВ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ В ВИДЕ ИНТЕРВАЛОВ**

**1Царев Р.Ю.**

*1 ФГAОУ ВО «Сибирский федеральный университет», Красноярск, Россия (660074, Красноярск, пр. Свободный, 79), e-mail: tsarev.sfu@mail.ru*

**Метод упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением TOPSIS позволяет решить задачу многоатрибутивного принятия решений, где пространство альтернатив дискретно и конечно. Метод оценивает близость каждой альтернативы к идеальной альтернативе – идеальному положительному решению. Идеальной альтернативой является искусственно введенная альтернатива, чьи значения атрибутов имеют наилучшие значения среди атрибутов всех альтернатив. При принятии решений также учитывается удаленность от идеального негативного решения. Согласно значениям относительной близости рассматриваемые альтернативы могут быть представлены в порядке предпочтения и, следовательно, можно выявить наиболее предпочтительную альтернативу. Однако в некоторых ситуациях невозможно получить точное значение атрибута, оно может быть задано лишь некоторым интервалом. В данной статье предлагается модификация метода упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением, позволяющая найти решение даже в случае, когда значения атрибутов заданы в виде интервалов.**

**Ключевые слова:** TOPSIS, принятие решений, атрибут, идеальное положительное решение, идеальное негативное решения.

**DECISION MAKING WITH TOPSIS WHEN ATTRIBUTE VALUES PRESENTED IN THE FORM OF INTERVALS**

**1Tsarev R.Yu.**

*1Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia (660074, Krasnoyarsk, Svobodniy ave., 79),
e-mail: tsarev.sfu@mail.ru*

**Technique for order preference by similarity to ideal solution (TOPSIS) allows to solve multiattributive decision making problem characterized by a discrete and finite set of alternatives. An ideal solution is an artificially introduced alternative whose attribute values are equal to the best values among attributes of all feasible alternatives. TOPSIS estimates a distance from an alternative to this positive ideal solution. At the same time it estimates a distance from an alternative to the negative ideal solution. The feasible alternatives can be ranged in order of preference on the basis of the value of relative closeness to the positive ideal solution. The most preferable alternative is the best solution of a multiple attribute decision making problem. However, in some cases it is impossible to obtain the exact value of an attribute, still it can be presented as an interval. This article proposes a modification of the technique for order preference by similarity to ideal solution, which allows to find a solution when the attribute values are presented as intervals.**

Keywords: TOPSIS, decision making, attribute, positive ideal solution, negative ideal solution.

**Введение**

Метод упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением TOPSIS (от англ. Technique for order preference by similarity to ideal solution) относится к методам многокритериального принятия решений [1]. Пространство решений, в котором данный метод позволяет найти оптимальное решение (альтернативу), является конечным и дискретным [2]. Принятие решений в таких условиях в англоязычной литературе получило название многоатрибутивного принятия решений [3, 4]. Все альтернативы обладают идентичным набором атрибутов, на основании значений которых происходит принятие решений [5, 6].

В основе метода упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением лежит идея о том, что решением задачи многокритериального (многоатрибутивного) принятия решений является такая альтернатива, которая наиболее близка к идеальной (изначально не существующей, не представленной) альтернативе и, одновременно с этим, максимально удалена от идеальной негативной альтернативы [1, 4]. Необходимо отметить, что при принятии решений данный метод учитывает несколько атрибутов, в том числе конфликтующих между собой [7]. Поскольку атрибуты могут иметь равную важность, лицо, принимающее решение, (ЛПР) назначает веса важности атрибутов [8].

Метод упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением получил свое развитие, выразившееся в ряде модификаций с целью его применения при различных условиях и решении различных практических задач, в которых использование классического метода TOPSIS было невозможно [2, 6, 9, 10]. В данной работе предлагается модификация метода упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением для задач, в которых невозможно указать точное значение атрибутов альтернативы, но, тем не менее, возможно представить их в виде интервалов значений.

**Алгоритм работы метода упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением**

Метод упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением оценивает матрицу решения, которая содержит *m* альтернатив, каждой из которых соответствует *n* атрибутов:

 (1)

где *Ai* – *i*-я альтернатива; *Xj* – *j*-й атрибута; *xij* – значение *j*-го атрибута *i*-й альтернативы.

Предполагается, что каждый атрибут имеет либо монотонно возрастающую, либо монотонно убывающую целевую функцию [4, 9]. То есть, чем больше значение атрибута, тем больше он предпочтителен по критерию типа «выгода» и менее предпочтителен по критерию типа «стоимость».

Рассмотрим шагов алгоритма работы метода упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением.

*Шаг* 1*.* Нормализация матрицы решения.

На этом шаге атрибуты, преобразуются в безразмерные. Это позволит в дальнейшем выполнить сравнение атрибутов независимо от из начальной размерности. Для нормализации разделим значение каждого атрибута на норму вектора суммы значений атрибута. Элемент *rij* нормализованной матрицы *R* вычисляется следующим образом:

.

*Шаг* 2*.* Построение взвешенной нормализованной матрицы решения.

На данном шаге к нормализованной матрице решения применяются весовые коэффициенты, отражающие важность атрибута *w*1, *w*2, …, *wn*, .

Значение элементов взвешенной нормализованной матрицы решения *V* могут быть получены в результате умножения элементов матрицы *R* на соответствующие весовые коэффициенты *wj*:



*Шаг* 3*.* Определение идеального положительного и идеального негативного решения.

Введем искусственно две новые альтернативы *А\** и *А-*, значения атрибутов которых определяются следующим образом:

 (2)

 (3)

где *J* ={*j* = 1, 2, …, *n* | *j* – индексы атрибутов типа «выгода»};

 *J*’={*j* = 1, 2, …, *n* | *j* – индексы атрибутов типа «стоимость»}.

Эти альтернативы *А\** и *А-* представляют собой соответственно наиболее предпочтительную (идеальное положительное решение) и наименее предпочтительную (идеальное негативное решение) альтернативы.

*Шаг* 4*.* Вычисление степени удаленности альтернатив от идеальной положительной альтернативы и идеальной негативной альтернативы.

Удаленность одной альтернативы от другой может быть измерена *n*-мерным евклидовым расстоянием. Удаленность каждой альтернативы от идеальной положительной альтернативы вычисляется как:



Аналогично, удаленность от идеальной негативной альтернативы:



*Шаг* 5*.* Вычисление относительной близости к идеальной положительной альтернативе.

Относительная близость альтернативы *Ai* к *A\** определяется следующим образом:

 (4)

Очевидно, что *Ci*\* = 1, если *Ai* = *A\** , и *Ci*\* = 0, если *Ai* = *A-*.Произвольная альтернатива *Ai* тем ближе к *A\**, чем меньше разность между значением *Ci*\* и 1.

*Шаг* 6*.* Ранжирование альтернатив в порядке предпочтений.

Все множество альтернатив можно проранжировать в соответствии со значениями *Ci*\*. При этом, наилучшим решением будет альтернатива с наибольшим значением *Ci*\*.

**Модифицированный метод упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением**

Принимая во внимание тот факт, что не всегда возможно получить конкретное значение требуемой величины, но иметь значение, представленное в виде некоторого интервала, возникает необходимость модификации описанного метода таким образом, чтобы можно было принять решение, основываясь на интервальных значениях. Исходными данными для такой постановки задачи является матрица решений, аналогичная матрице решений (1), которая однако содержит не конкретные значения, а интервалы:



где *xBij* – нижнее значение интервала, *xTij* – верхнее значение интервала.

Модифицированный метод упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением предполагает выполнение следующих шагов.

*Шаг* 1. Аналогично базовому методу упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением на первом шаге выполняется нормализация матрицы решения, в результате которой атрибуты, преобразуются в безразмерные. Для этого граничные значения интервалов для каждого атрибута делятся на норму вектора суммы граничные значения значений атрибута следующим образом:



где *rBij* – нижнее нормализованное значение интервала, *rTij* – верхнее нормализованное значение интервала.

Таким образом, интервал  представляет собой нормализованный интервал . Можно отметить, что все нормализованные значения находятся в диапазоне [0, 1].

*Шаг* 2*.* Построение взвешенных нормализованных матриц решения.

Заданные ЛПР весовые коэффициенты, отражающие важность атрибутов *w*1, *w*2, …, *wn*, , применяются к граничным значениям интервалов, представленных в нормализованной матрице решения. В результате данной операции получаем взвешенные нормализованные матрицы решения для нижних и верхних границ интервалов *VB* и *VT*:





Полученные значения потребуются при нахождении удаленности текущей альтернативы от идеального положительного решения и идеального отрицательного решения (искусственно введенных альтернатив), а также при нахождении относительной близости к идеальной альтернативе.

*Шаг 3*. Введение двух новых альтернатив – идеальной положительной и идеальной негативной.

Результатом решения метода упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением является такая альтернатива, которая наиболее близка к идеальному решению (идеальной положительной альтернативе) и одновременно с этим наиболее удалена от идеального негативного решения (альтернативы). Для того, чтобы найти эти расстояния требуется сначала определить указанные альтернативы, т.е. значения их атрибутов. Аналогично выражениям (2) и (3) определим:





где *А\** – идеальная положительная альтернатива, *А-* – идеальная негативная альтернатива.

*Шаг* 4*.* Вычисление расстояния каждой альтернативы до идеальной положительной альтернативы и идеальной негативной альтернативы.

При вычислении расстояния между альтернативами воспользуемся *n*-мерным евклидовым расстоянием, тогда удаленность альтернативы от идеальной положительной альтернативы можно вычислить следующим образом:



Удаленность альтернативы от идеальной негативной альтернативы можно вычислить как:



*Шаг* 5*.* Вычисление относительной близости альтернатив к идеальной положительной альтернативе.

Относительная близость *Ci*\* альтернативы *Ai* к *A\** может быть вычислена по формуле (4).

*Шаг* 6*.* Ранжирование альтернатив в порядке предпочтений.

На основе значений относительной близости альтернатив к идеальной положительной альтернативе *Ci*\* можно произвести ранжирование альтернатив. Альтернатива с наибольшим значением *Ci*\* является решением метода упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением.

**Заключение**

Многоатрибутивное принятие решений требует одновременного учета ряда атрибутов. Для решения данной задачи предложено множество методов. В работе предложена модификация широко известного метода TOPSIS – метода упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением. Данные метод основан на принципе кратчайшего относительного расстояния альтернативы, представляющей решение задачи, до идеальной альтернативы. Модификация метода заключается в том, что он способен обрабатывать входные данные о значениях альтернатив, представленных в виде интервалов. Такой подход может оказаться единственным возможным в случае, если нет возможности получить точное значение атрибутов.

**Список литературы**

1. Chen, S.J., Hwang, C.L. Fuzzy multiple attribute decision making: methods and applications, Springer-Verlag, Berlin, 1992.

2 Madi, E.N., Garibaldi, J.M., Wagner, C. An exploration of issues and limitations in current methods of topsis and fuzzy TOPSIS (2016) IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE 2016, art. no. 7737950, pp. 2098-2105.

3. Царев Р.Ю. Модификация метода упорядоченного предпочтения через сходство с идеальным решением для решения задач многоцелевого принятия решений // Информационные технологии, 2007, № 7, С. 19-23.

4. Hwang, C.L., Yoon, K. Multiple attribute decision making: methods and applications, Springer-Verlag, Heidelberg, 1981.

5. Pupkov, A.N., Knyazkov, A.N., Kamoltseva A.V., Tsarev, R.Yu., Tsareva, E.A. Quality assessment method for design solutions of automobile service station (2016) International Multidisciplinary Scientific GeoConferences, SGEM 2016, Albena, Bulgaria, June 28 - July 6, 2 (1), pp. 343-350.

6. Vommi, V.B. Topsis with statistical distances: A new approach to MADM (2017) Decision Science Letters, 6 (1), pp. 49-66.

7. Balderas, F., Fernandez, E., Gomez, C., Cruz-Reyes, L., Rangel V., N. TOPSIS-grey method applied to project portfolio problem (2017) Studies in Computational Intelligence, 667, pp. 767-774.

8. Kuo, T. A modified TOPSIS with a different ranking index (2017) European Journal of Operational Research, 260 (1), pp. 152-160.

9. Царев Р.Ю. Методология многоатрибутивного формирования мультиверсионного программного обеспечения сложных систем управления и обработки информации: монография / Краснояр. гос. аграр. ун-т. – Красноярск, 2011. – 210 с.

10. Luukka, P., Collan, M. Bonferroni mean based similarity based TOPSIS (2016) IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE 2016, art. no. 7737756, pp. 704-709.